

Partie 2 : Mécanique

Série 3

EXERCICE 1

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les vecteurs :

$$\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \quad ; \quad \vec{v} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

1. Donner leurs normes des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
2. Calculer leurs produits scalaires.
3. Quelle est l'angle qu'ils forment ces deux vecteurs.

EXERCICE 2

On considère les points $A(0; 1; 2)$, $B(1; 1; 0)$ et $C(1; 0; 1)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et vérifier que les points A, B et C sont non alignés.
2. Calculer la surface du triangle ABC.

EXERCICE 3

Soit un vecteur $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

1. Montrez que les angles α , β et γ formés respectivement entre le vecteur \vec{A} et les axes $O\vec{x}$, $O\vec{y}$, $O\vec{z}$ sont donnés par :

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{i}}{\|\vec{A}\|}, \quad \cos(\beta) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{j}}{\|\vec{A}\|}, \quad \cos(\gamma) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{k}}{\|\vec{A}\|}$$

2. Calculer $\cos(\alpha)$, $\cos(\beta)$ et $\cos(\gamma)$.
3. Vérifier que $\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$.
4. Soit \vec{A} et \vec{B} deux vecteurs quelconques, montrez que :

$$\vec{A} \cdot (\vec{A} \wedge \vec{B}) = 0$$

EXERCICE 4

On donne les vecteurs suivants :

$$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{r}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{r}_3 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

1. Calculer leurs modules.
2. Calculer les composantes et les modules des vecteurs :

$$\vec{A} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3, \quad \vec{B} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3$$

3. Déterminer le vecteur unitaire \vec{u} porté par le vecteur :

$$\vec{C} = \vec{r}_1 + 2\vec{r}_2$$

4. Calculer les produits scalaire et vectoriel des vecteurs \vec{r}_1 et \vec{r}_2 .
5. Calculer les produits :

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C}) \quad \text{et} \quad \vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C})$$