

## Partie 2 : Mécanique Série 3

### EXERCICE 1

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les vecteurs :

$$\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \quad ; \quad \vec{v} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

1. Donner leurs normes des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
2. Calculer leurs produits scalaires.
3. Quelle est l'angle qu'ils forment ces deux vecteurs.

### EXERCICE 2

On considère les points  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(1; 1; 0)$  et  $C(1; 0; 1)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$  et vérifier que les points A, B et C sont non alignés.
2. Calculer la surface du triangle ABC.

### EXERCICE 3

Soit un vecteur  $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ .

1. Montrez que les angles  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  formés respectivement entre le vecteur  $\vec{A}$  et les axes  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  sont donnés par :

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{i}}{\|\vec{A}\|}, \quad \cos(\beta) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{j}}{\|\vec{A}\|}, \quad \cos(\gamma) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{k}}{\|\vec{A}\|}$$

2. Calculer  $\cos(\alpha)$ ,  $\cos(\beta)$  et  $\cos(\gamma)$ .
3. Vérifier que  $\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$ .
4. Soit  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$  deux vecteurs quelconques, montrez que :

$$\vec{A} \cdot (\vec{A} \wedge \vec{B}) = 0$$

### EXERCICE 4

On donne les vecteurs suivants :

$$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{r}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{r}_3 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

1. Calculer leurs modules.
2. Calculer les composantes et les modules des vecteurs :

$$\vec{A} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3, \quad \vec{B} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3$$

3. Déterminer le vecteur unitaire  $\vec{u}$  porté par le vecteur :

$$\vec{C} = \vec{r}_1 + 2\vec{r}_2$$

4. Calculer les produits scalaire et vectoriel des vecteurs  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ .
5. Calculer les produits :

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C}) \quad \text{et} \quad \vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C})$$