Université de Mohammed Premier
Faculté des Sciences
Département de Physique

Année universitaire : 2025-2026
Professeur : B. Raillani
Filière : BG

Partie 2 : Mécanique
Série 4

Exercice 1

On considère un point matériel M se déplaçant dans un référentiel $\mathcal{R}(O, x, y, z)$ muni de la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Les coordonnées du point M dans le référentiel $\mathcal{R}$ sont données par :

$$x(t) = t + 1, \quad y(t) = t^2 + 1, \quad z(t) = 0, \quad t \text{ étant le temps.}$$

1. Donner l'équation de la trajectoire de M dans $\mathcal{R}$. En déduire sa nature.
2. Calculer la vitesse $\vec{v}(M/\mathcal{R})$ et l'accélération $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ du point M.

Exercice 2

Par rapport à un repère orthonormé, un point M est animé d'un mouvement défini en coordonnées cylindriques par :

$$\begin{cases} r = 1 + \cos\theta, \\ \theta = \omega t, \\ z = \sin\theta. \end{cases}$$

1. Trouver les composantes en coordonnées cylindriques des vecteurs vitesse et accélération.
2. Soit m la projection orthogonale de M dans le plan xOy. Écrire l'équation polaire et le vecteur de position de m.

Exercice 3

Dans le système des coordonnées sphériques $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$, un point M se déplace sur la surface d'une sphère de rayon R. Ses deux coordonnées sphériques sont :

$$\theta = \frac{\pi}{6}, \quad \varphi = \omega t^2, \quad \omega = \text{constante positive.}$$

1. Trouver la vitesse et l'accélération de M dans la base sphérique.
2. Calculer les modules de la vitesse et de l'accélération.
3. En déduire l'accélération normale.

Exercice 4

Une particule M décrivant une trajectoire curviligne dans un espace (O,XYZ) est repérée dans le référentiel R(O, X, Y, Z) par ses coordonnées cylindriques :

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-\theta(t)}, \qquad \theta(t) = \frac{t}{a} \quad \text{et} \quad Z(t) = -a$$

Avec ρ_0 et a sont des constantes positives, t est le temps

1. Écrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées cylindriques.
2. Déterminer les composantes et le module de la vitesse $\overrightarrow{V}(M/R)$.
3. Déterminer les composantes et le module de l'accélération $\overrightarrow{\gamma}(M/R)$.
4. Donner dans la base de frenet $(\overrightarrow{\tau}, \overrightarrow{n}, \overrightarrow{b})$, les composantes tangentielles et normale de l'accélération du point M ainsi que le rayon de courbure R_c.
5. Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne s(t). On choisira s(t=0)=0.

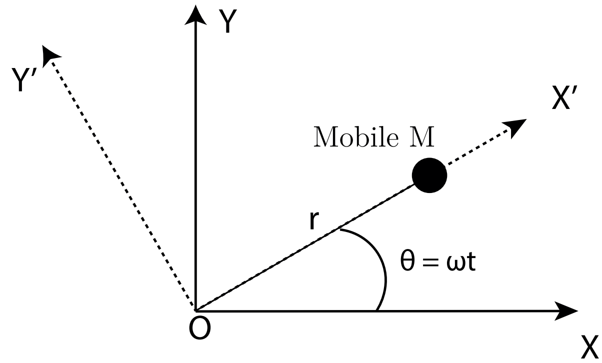
Exercice 5

La position d'un point matériel M dans le plan R(OXY)est repérée par :
$\overrightarrow{OM} = x(t)\overrightarrow{i} + y(t)\overrightarrow{j}$ avec $x(t) = 2t$ et $y(t) = 2t^2$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire de M.
2. Écrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées cartésiennes.
3. Déterminer les composantes et le module de la vitesse $\overrightarrow{V}(M/R)$.
4. Déduire les composantes du vecteur unitaire tangentielle $\overrightarrow{\tau}$
5. Donner dans la base de frenet $(\overrightarrow{\tau}, \overrightarrow{n}, \overrightarrow{b})$, les composantes tangentielles $\overrightarrow{\gamma_t}$ et normale $\overrightarrow{\gamma_n}$ de l'accélération du point M

Exercice 6 (facultatif)

Dans le plan xOy, une droite Ox' tourne autour de Oz avec une vitesse angulaire constante. Un mobile M se déplace sur la droite Ox' suivant la loi : $r = asin(\theta)$ avec $\theta = \omega t$ et $a = cte$.



1. Déterminer à l'instant t en fonction de a et ω, la vitesse relative et la vitesse d'entraînement de M par leurs projections dans le repère mobile x'Oy'. En déduire la vitesse absolue exprimée dans cette même base de projection, et montrer que le module de celle-ci est constant.
2. Déterminer à l'instant t en fonction de a et ω, l'accélération relative, l'accélération d'entraînement et l'accélération coriolis de M par leurs projections dans le repère mobile x'Oy'. En déduire l'accélération absolue exprimée dans cette même base de projection, et montrer que le module de celle-ci est constant.